

Zur freundlichen Erinnerung an die schönen und  
fruchtbaren dreiundzwanzig aktiven  
Frankfurter Semester.

Im Herbst 1967

Reinhold Bauer

Man sagt wohl, daß alte Mathematiker nicht sterben, daß sie sich nur auflösen - in blauen Dunst vermutlich; und soweit dieses zutrifft, hat der Mathematiker auch keinen Anlass, sich zu verabschieden. Aber es ist doch anders, wenn einer, wie ich, nicht nur das Glück des Forschens erfahren hat, sondern auch, wie ich heute, auf ein reichliches Jahrzehnt der Wirkung nach, außen zurückblicken darf, wenn ihm das Glück widerfahren ist, Schüler heranzuziehen, die dort fortfahren werden, wo wir aufhören, und die - vielleicht - in unserem Sinne weiterwirken werden. Dann ist wohl der Augenblick gekommen, darüber nachzudenken, worin wir den Gegenstand der Mathematik und worin wir die Aufgabe des Mathematikers gesehen haben. Freilich wissen wir, daß solche Selbsterkenntnis ihre Grenzen in den Wünschen hat, die wir für unser eigenes Werden einmal hatten, für unser Sosein heute haben. Denn wir wollen doch in uns selber die Verwirklichung unseres Idealbildes des Mathematikers sehen, der den "wahren" Gegenstand der Mathematik angeht, der die "wirklichen" Aufgaben des Mathematikers zu lösen sich gesetzt hat und sind also versucht, unser Wunschbild von uns für Wirklichkeit zu halten.

So werden Sie es mir nicht verübeln, wenn ich Ihnen als erstes meine Idee vom Mathematiker schildere, damit ich Ihnen erzähle, wie ich mir wünschte, daß ich sei; und Sie werden dann den Unterschied zwischen Traum und Wirklichkeit mit dem verstehenden Lächeln dessen auffassen, der den alten Lehrer scheiden sieht und ihm deshalb viel zu vergeben bereit ist.

Es war immer mein Wunsch, in irgendeiner Form Dürers Heiligen Hieronymus im Gehäus zu verwirklichen: er sitzt in seiner Studierstube und liest, treu bewacht vor der Welt durch den Löwen zu seinen Füßen. Der treuen Wächter habe ich manchen gehabt, meist weiblichen Geschlechts; und Sie werden wissen, an wen ich da alles denken mag. Aber lesend in meiner Studierstube habe ich doch nur selten gesessen: meist habe ich träumend wo gelegen, sommerlich auf einem Berghang oder nächtens im Bett; manchmal haben die Träume mir etwas gebracht und das so erträumte hat dann doch meist der Klarheit des Papiers und der Schreibmaschine nicht standgehalten, sich in den blauen Dunst wieder aufgelöst, aus dem die Träume wohl kommen. Am Ende ist dann doch

das eine oder andere Realität geworden und die Freude des Erkennens wird ergänzt durch den eitlen Spruch, daß in einigen Gebieten unserer Wissenschaft die Lehrbücher dadurch anders geworden sind, daß ich geträumt habe. Aber die, die mich bewacht haben, wissen, daß zu träumen anstatt zu lesen nicht die einzige Abweichung vom Heiligen Hieronymus im Gehäus ist: Sankt Geschäftlhuber wäre wohl manchmal ein passenderer Name gewesen; ich habe Zeitschriften mit ediert, eine sogar gegründet; ich habe Tagungen organisiert und Memoranden verfaßt. Der stille Träumer verwandelte sich in einen tätigen Menschen, die Todsünde des Mathematikers, des Forschers, des Professors. Der Entschuldigungen gibt es viele: man tut es für seine Schüler, denen man ja die rechten Bedingungen für ihre Arbeit, ihre Entwicklung geben möchte, um so mehr, als man sie im eigenen Bilde [zu Mephistos ewiger Belustigung] geformt hätte. Aber wirklich annehmbar ist nur eine Entschuldigung: man hat oft genug still vor sich hin geträumt; und zu mehr hätte wohl das, was das Schicksal einem in die Wiege gelegt hat, auch nicht gereicht. Und dem Schicksal sei Dank gesagt: wir haben viel träumen können; oft schien uns die Sonne, lag der blaue Himmel über den Bergen, zuckte der Blitz der Erkenntnis, der uns etwas neues brachte. Auch die Emsigkeit hat ihre entschuldigenden Früchte aufzuweisen gehabt: gerade das Frankfurter Jahrzehnt brachte mir einen nie geahnten Schülerkreis - Schüler, die mir freundlich die Einbildung gelassen haben, daß ich ihnen helfen konnte, die auch das eine oder andere von mir übernommen haben mögen: die Freude an unserer Wissenschaft, meine Pedanterie und meine Verachtung für die genialisch scheinen wollenden, die doch nur Hochstapler sein mögen, meine abgründige Verachtung für die, die in der Mathematik weiter nichts als ein Geschäft sehen, eine Stufe für ihren Weg zur Macht, einen Gegenstand für Politik und Geschäftigkeit.

Diese Ihnen so lustvoll geschilderte träumende Betrachtung der Mathematik paßt dann natürlich auch zu dem, was ich als den Gegenstand der Mathematik ansehen möchte: das Nachdenken über das Denken. Gewiss: wir denken nicht über alle Phasen des Denkens nach; es muß schon formalisierbar sein, um Gegenstand unserer Betrachtung zu werden; es muß schon von zugespitzter

Schärfe sein, damit wir es mit unserer eigenen Denkfähigkeit erfassen können. Für uns gibt es keine ästhetischen Urteile, für uns kein liebevolles Umschreiben eines Phaenomens, das sich der Erfassung durch das klare Denken entzieht. Für uns auch nur die eine Antithesis des Richtig-Falsch. Aber wir wissen doch, daß der Unterschied zwischen der guten und der schlechten Mathematik sich irgendwo im ästhetischen ergibt. Andererseits die Furcht vor allem, was Kant als Urteilkraft bezeichnen mochte. Daher die Angst vor dem selbstgestellten sachgerechten Problem; es muß von außen seine Bestätigung erhalten. Daher dann die Zuwendung zu berühmten Problemen: wenn Gauß [oder auch ein zeitgenössischer arbiter elegantiarum mathematicorum] das Problem gestellt hat oder es nicht hat lösen können, dann muß es doch gut sein; daher dann die Flucht in die Anwendung: denn dort trägt die Verantwortung für unser Tun ein anderer, der unser Denken anwendet - daß hier dann der Absturz in teleologische Zirkelschlüsse kommt, mag diese Flüchtlinge wohl nicht genieren; denn sie verachten, was sie Metaphysik nennen und übersehen, daß der unser Urteilen uns abnimmt, indem er uns auffordert, für Anwendung bei ihm zu produzieren, daß dieser selbst nur für Anwendung arbeitet.

Bedenklich dieser Übergang vom ästhetischen zum moralischen. Wir haben es letztlich besser. Wir sollten ein Problem angreifen, nicht, weil Paris sagt, daß es wichtig ist, nicht, weil der Meister es empfiehlt, sondern weil es uns freut, uns fasziniert, uns nicht losläßt. Aber was tun, wenn wir mit dem faszinierenden, erregenden Problem nichts anzufangen wissen. Die, die Glück haben, werden eben nur von Problemen ergriffen, die sie auch behandeln können; und Gantenbein sagt es schon, daß zwar der junge Forscher die besseren Ideen hat, der alte aber besser weiß, was er tun kann. Es ist wohl nicht anders, wie auch sonst im Leben: der eine liebt und seine Liebe bleibt unerwidert; der andere darf in seiner Liebe ruhen.

Wenn wir über das Denken nachdenken, so sieht es wohl so aus, als dächten wir nur über das Denken der anderen nach, wollten ihnen das erleichtern und verschärfen; und das mag nach Anwendung riechen. So hat es wohl auch manchmal angefangen: die vorgriechische Vormathematik befaßte sich mit Grundstücksvermes-

sung und Zinsberechnung; aber selbst das große Publikum dürfte herzlich zu lachen anfangen, wenn man ihm sagte, daß Geodäsie die "wahre Geometrie" wäre. Die Griechen haben dann den großen und revolutionären Schritt getan und die Schlacken der Anwendung vom göttlichen Bild der Geometrie entfernt - und die selbst nach ihnen weiter nichts als die Anwendungen sehen konnten, waren die Welteroberer und Weltplünderer: die Römer. Die Griechen haben die reine Geometrie der Welt geschenkt; aber den Schritt von der einen aus der Erfahrung abstrahierten Geometrie zu den möglichen Geometrien tat erst das vorige Jahrhundert; und die ersten zögernden Schritte wurden gehemmt durch das befürchtete Geblök der Boiotier. Aber auf Gauss folgte Riemann, folgte Hilbert, folgten Entwicklungen in ganz anderen und ungeahnten Bezirken; und heute konstruieren wir mögliche Geometrien, mögliche Zahlssysteme, mögliche Mathematiken. Ob von diesen Möglichkeiten einer Gebrauch macht, was geht es uns an. Die List der Geschichte sorgt schon dafür, daß die, die sich um die Brauchbarkeit nicht kümmern, das brauchbare liefern - es hat freilich viele Jahrhunderte gedauert, bis die Kegelschnitttheorie des griechischen Altertums von den Astronomen gebraucht werden konnte; und was ich denen, die unbedingt etwas brauchbares liefern wollen, wünsche, brauche ich Ihnen nicht zu sagen.

Daß das Nachdenken über das Denken uns nicht nur dahin führt, mit Hilbert zu erkennen, was für Salto Mortale wir ständig begehen, wenn wir mathematisieren, daß wir vielmehr wesentlich daran interessiert sind, Denkmodelle zu konstruieren, Strukturen zu erforschen, brauche ich Ihnen nicht zu erzählen. Seit die heilige Trinität meiner Mathematikergeneration: Dedekind, Hilbert, Emmy Noether diese Art des Mathematisierens zum Zentrum unseres Tuns erhoben haben, seit die Dampfwalze eines Nicholas Bourbake diese Geisteshaltung zum offiziellen Dogma der Mathematik erklärt hat, gibt es kaum einen sich an die breite Öffentlichkeit wendenden Vortrag eines Mathematikers, in dem das Strukturdenken nicht feiernd geschildert wird. Und wieder kommt die List der Geschichte einher: statt mit einer Differentialgleichung an einer Saite zu zupfen, muß der angewandte Mathematiker von morgen Denkmodelle, Strukturen konstruieren oder aus den Schubladen der Denker hervorholen, mit denen dann die Realitäten oder, was man wohl so nennt, verstan-

den und beherrscht werden sollen.

Bei diesem Leben in der reinen Luft des reinen Gedankens, dessen Gegenstand wieder Gedanken sind, bildet sich eine ganz eigentümliche Mathematikermentalität aus; und diese Mentalität, nicht das Erlernte, nicht der Gegenstand seines täglichen Nachdenkens stellt dem Mathematiker seine eigentümliche Aufgabe. Der Mathematiker in Reinkultur war für mich immer Hilbert, vielleicht nicht so, wie er wirklich gewesen sein mag, sondern so, wie er uns in den Hilbertgeschichten gegenübertrat. Vielleicht stellt dieses Hilbertbild den Wunschtraum einer ganzen Mathematikergeneration: Geheimräte wie gescheiterte Genies dar. Ich habe als schönste Darstellung der mathematischen Geisteshaltung immer Andersens Märchen von des Kaisers Kleidern empfunden; Sie kennen es alle: der Kaiser trug beim Umzug keine Kleider; aber wer sie nicht sah, war für sein Amt nicht geeignet - so heißt es im Märchen; und heute würden wir von seiner Unreife sprechen; davon, daß er noch immer nicht der Pubertät entwachsen sei, von seiner Taktlosigkeit - aber ein Kind rief aus, daß der Kaiser nackt war: "in der Sache mag es ja recht haben, aber wie taktlos, das Tabu zu durchbrechen" sagten die, die zu Amt und Würden kommen wollten. Nun, dieses Kind ist der Mathematiker; es stellt des Mathematikers Aufgabe dar. Auf einmal wird aus dem Träumer und reinen Denker ein Mensch mit einer gefährlichen Aufgabe: Sokrates sah die Kleider seines Kaisers auch nicht und trank deshalb den Schierlingsbecher. Wir haben es vorläufig noch besser; wir genießen noch Narrenfreiheit, weil wir ja meist im Reich des reinen Gedankens verbleiben, höchstens einmal einen unpopulären Aufruf unterschreiben. Das mag bei der nächsten Generation anders werden. Aber dieses rücksichts- und voraussetzungslose Denken, das sich im Erträumen des reinen Gedankens so harmlos anläßt und dann zur selbstverständlichen Geisteshaltung wird, es mag etwa für Platon der Anlaß gewesen sein, nur die Mathematisierenden, um nicht zu sagen: die Mathematisierten, in seine Akademie hereinzulassen. Es liefert die Geisteshaltung, die uns schließlich zur Aufgabe wird: rücksichtslos, taktlos wie jenes Kind zu sehen, wenn der Kaiser nackt ist.

Es ist leicht, solche Aufgaben zu stellen, wenn man das Glück gehabt hat, Narrenfreiheit zu genießen, wenn man sich, wie

der heilige Hieronymus, in sein Gehäus zurückziehen kann und ein treuer Löwe einen bewacht und das böse Treiben der bösen Welt einem fernhält, wenn man in jenen Stand eintritt, wo man keine Meriten mehr zu erwerben braucht; kurz: es ist leicht, anderen Aufgaben zu stellen und sich selbst davon zurückziehen. Aber ich habe die Aufgabe nicht gestellt; ich glaube, sie stellt sich von selbst und dann kann man sich ihr kaum entziehen.

Wie dem auch sei: der alte geht. Er läßt Sie mit Ihren Träumen und Aufgaben in einer Welt zurück, die vielleicht nicht böser ist als eine andere. Aber wir haben die Gabe, diese Bosheit klarer zu sehen: als Mathematiker sehen wir des Kaisers unverhüllte Bosheit. Wie dem auch sei: für mich und meinen Löwen beginnt jetzt der Abendsonnenschein, in dem wir uns auf das Bänkchen vor dem Gehäus setzen können, darauf wartend, daß Sie mit Ihren Träumen, Ihren Aufgaben und vor allem Ihren glückhaften Erfolgen zu uns kommen, uns von dem Leben zu erzählen, an dem wir einmal teilhatten und das jetzt schneller und immer schneller an uns vorbeizieht.